Prüfungsprotokoll
Kurse: Schätztheorie (01358) und Angewandte Statistik (01361)
Datum: 02.10.2008, 11:00 Uhr, Dauer: ca. 45 min
Prüfer: Dr. Grycko
Beisitzer: M. Huber
Note: 1,0

Hier die Fragen, die Dr. Grycko gestellt hat zusammen mit Zwischenfragen von ihm sowie kleinen Hinweisen, die ich bei der Beantwortung der Fragen gegeben habe.

Fragen: Schätztheorie:

- Erläutern Sie mal bitte das Schätzproblem.
  - Schätzproblem mit $(\mathbb{H}, \mathcal{H}, \mathcal{W}, h)$ erklärt.
  - Sämtliche Bestandteile erläutert.
  - Schätzer $T : (\mathbb{H}, \mathcal{H}) \to (\mathbb{R}^m, \mathcal{B}^m)$ definiert.
- Wie sieht denn ein Schätzer aus? (Frage war ähnlich, ich wusste aber nicht, worauf Herr Dr. Grycko hinaus wollte)
  - Dachte zuerst, dass er auf die Besonderheit $\Gamma \in \mathbb{R}$ zu Sprechen kommen wollte.
- Hmm, ich könnte ja z.B. einen Schätze konstant gleich 17 setzen, aber ist das sinnvoll?
  - Nein, Schätzer sollte natürlich bestimmte Gütekriterien erfüllen. Kurz nachgefragt, ob ich mal welche aufzählen sollte. Herr Dr. Grycko nickte und ich legte los.
  - Erwartungstreue definiert.
  - Minimalvarianz mit allem was dazu gehört definiert (z.B. quadratische $\mathcal{W}$-Integrierbarkeit).
- Herr Dr. Grycko schrieb das folgende Beispiel auf: Schätzer: $\overline{X}$ für das Schätzproblem $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n, \mathcal{W}, h)$ wobei $\mathcal{W}$ die Menge der n-ten Potenzen der $N(a, \sigma^2)$ mit **bekannter Varianz** σ^2 war. Frage: Wie kann man denn für diese Statistik die Minimalvarianz beweisen?
  - Statistik ist suffizient und vollständig und nach dem Satz von Lehmann-Scheffé minimalvariant. Wusste aber in dem Moment nicht genau, wie ich die minimalvariante Funktion $g \circ T$ aus dem Satz von Lehmann-Scheffé mit dem Schätzer $\overline{X}$ unter einen Hut bringen sollte.
  - Durfte dann aber glücklicherweise erstmal die Vollständigkeit eines Schätzers und den Satz von Lehman-Scheffé vollständig definieren.
- Wann ist denn eine Statistik insb. vollständig?
  - Habe erst die isotonen Dichtequotienten angesprochen, sollte aber die einparametrigen Exponentialklassen erläutern.
  - Definition gegeben.

  - Gesagt, dass wenn Γ ein nicht entartetes Intervall in $\mathbb{R}$, so ist S vollständig. Wurde von Herrn Dr. Grycko korrigiert, definierte dann den natürlichen Parameterraum, aber richtig war natürlich $C(\Gamma)$. Konnte dann aber immerhin noch sagen, dass für eine Exponentialklasse in kanonischer Darstellung $\Gamma = C(\Gamma)$ gilt und meine Aussage nicht komplett falsch war.

- Was ist ein reguläres Schätzexperiment?
  - Definition gegeben. Bei Bedingung (4) für die Dichte erläutert, dass diese für $I(\gamma) < \infty$ benötigt wird.
  - Fisher-Information und Rao-Cramer-Ungleichung angesprochen.
- Führen Sie bitte die Fisher-Information und die Rao-Cramer-Schranke ein.
  - Definitionen gegeben und erläutert.
- Wie beweist man denn den Satz von Rao-Cramer?
  - Wusste ich erst nicht. Dr. Grycko wies dann auf die vierte Bedingung für die Dichte hin und erläuterte es selbst.
- Was ist ein effizienter Schätzer?
  - Definition gegeben mit dem Hinweis, dass die zentrale Eigenschaft nur im offenen Kern von Γ gilt. Ist dieser gleich Γ so ist ein effizienter Schätzer ein Schätzer mit Minimalvarianz.

Angewandte Statistik:

- Was ist die empirische Verteilung?
  - Definition gegeben mit Details. Sehr wichtig waren Dr. Grycko wieder die Definitionsbereiche der Funktionen und die saubere Schreibweise.
- Wie sieht denn das stat. Grundmodell aus und warum betrachten wir einen abzählbaren Grundraum? Haben Sie zufälligerweise den Kurs W'theorie II belegt? (Ja) Wie kommt man denn auf das abzählbare Produkt eines W'raumes?
  - Alles definiert. Begründung für die Wahl eines abzählbaren Raumes: zuerst dachte ich, dass Herr Dr. Grycko hören wollte, wieso man alles auf $\mathbb{H}$ und nicht auf $\mathbb{H}_0^n$ definiert. Hier war meine Antwort, dass das Modell unabhängig von der konkreten STP-Größe sein soll. Er war damit nicht zufrieden und sprach Konvergenzfragen an. In dem Moment war mir klar, worauf er hinaus wollte und ich sagte, dass die zu treffenden Aussagen sämtlich Konvergenzaussagen sind. Daher muss auch das stat. Grundmodell Konvergenzaussagen erlauben. Begründung für abzählbare W'-Räume: Satz von Anderssen-Jessen.
  - Konvergenz der emp. Verteilung erklärt.
- Woraus folgt denn diese Konvergenz für jedes $t > 0$ (ich sprach von einer punktweisen Konvergenz)?

  - Wusste die Antwort nicht, Herr Dr. Grycko gab ein paar Tipps und ich antwortete mit dem starken Gesetz der großen Zahlen, was wiederum richtig war. Herr Dr. Grycko erläuterte dann den Gesamtzusammenhang.

- Führen Sie bitte den Kerndichteschätzer ein und geben Sie eine Motivation für diesen.
  - Kern, Kerndichte, Homotetie, k_h und Zusammenhang mit dem Transformationssatz für Dichten erläutert.
  - Ziel: stetige Schätzung einer stetigen Dichte eines stetigen W'-Maßes.
  - Motivation wie im Kursskript: Faltung von K_h mit der empirischen Verteilung.

- Schreiben sie das Faltungsprodukt doch mal hin.
  - Eher unsauber aufgeschrieben und da ich an der Stelle (wie schon ein paar Mal zuvor in der Prüfung) etwas unsicher war, habe ich direkt darauf hingewiesen (also ohne $K_h * Q_n$ aufzulösen), dass dieser Ausdruck im Grenzfall das Faltungsprodukt des Einpunktmaßes in 0 mit der Wahrscheinlichkeit P_0 ergibt.
  - Den Satz von Nadaraja habe ich selber erwähnt.

- Dann schreiben Sie doch den Satz bitte vollständig auf.
  - Satz mit allen Voraussetzungen erläutert.
  - Habe gesagt, dass man für $h \to 0$ eine bessere Schätzung erhält und interessanterweise die Wahl des Kerns im Vergleich zur Wahl von h vergleichsweise unwichtig ist.

- Nein, das stimmt so nicht, die Konvergenzaussage ist davon unabhängig. Wichtig ist, dass $(h(n))$ eine beliebigie Nullfolge ist.
  - An der Stelle haben Dr. Grycko und ich etwas aneinander vorbei geredet. Ich meinte den Praxisfall, wenn n erhöht und h verringert wird. Die Konvergenzaussage ist davon natürlich ausgenommen.

Ende

Allgemeiner Eindruck und Ablauf der Prüfung:
Dr. Grycko ist uneingeschränkt als Prüfer zu empfehlen. Er ist sehr nett und prüft auch sehr angenehm. Wie bereits bei allen anderen Prüfungen bei ihm waren ihm insbesondere präzise Formulierungen von Sätzen/Voraussetzungen und insb. Definitionen von Abbildungen wichtig. Der Eindruck aus den übrigen Protokollen, dass ihm die Formulierung von Def.- und Wertebereichen bei Abbildungen sowie die Abbildungsvorschrift sehr wichtig sind, kann ich nur bestätigen. Dies gilt insbesondere für die verschiedenen stat. Grundmodelle im Kurs AS. Im Kurs Schätztheorie hatte ich bereits mit Beispielen suffizienter, vollständiger oder regulärer Statistiken gerechnet, wurde dann aber mit $\overline{X}$ im Falle der NV mit bekannter Varianz etwas überrascht. Insgesamt gesehen hatte ich einige kleinere Schwächen, die aber nicht in die Note eingingen.

Vielen Dank an alle, die nach ihrer Prüfung ein Protokoll geschrieben haben. Ein letzter Tip: Neben der Homepage der Fachschaft gibt es noch einige Protokolle bei der Fachschaft Informatik und den ruf-Homepages.