Erinnerungsprotokoll Diplomprüfung
Teilprüfung Theoretische Informatik II
Kurs 1838, Ausgewählte Kapitel aus der berechenbaren Analysis
Prüfer: Prof. Dr. Weihrauch
Beisitzer: Dr. Brattka
Datum: 15.1.2004
****

Erklärung der Darstellung
Die Darstellung einer Menge M ist eine surjektive Funktion von Σ^ω auf diese Menge.

Relative Berechenbarkeit
Erläuterung mit Zeichnung, einer Funktion f : M **à** M1 und einer Realisierungsfunktion F: Σ^ω **à** Σ^ω
Die Realisierungsfunktion überführt einen d-Namen eines Elements x aus M in einen d1 Namen des Funktionswertes f(x).

Darstellung stetiger Funktionen
Erklärung der η-Darstellung.
Die η Darstellung hat einen Parameter, der aus 2 Teilen besteht: Einem endlichen x. Das x ist ein ξ-Name einer Turingmaschine, die den zweiten (unendlichen) Parameter auswertet. Der zweite Parameter enthält Präfixpaare, Die Maschine ξ (x) ergänzt die Ausgabe durch Auswertung der Präfixpaare.

Die Menge der stetigen Funktionen von Σ^ω **à** Σ^ω ist höher kardinal als überabzählbar. Deshalb Einschränkungen auf G-Delta Mengen als Definitionsmengen.

Bedeutung der Stetigkeit:
Definition der Stetigkeit (Urbild offener Mengen von Funktionen)
Spielt auf endlichen Zeichenketten keine Rolle, weil es da nur offene Mengen gibt.
Auf unendlichen Mengen wird die Stetigkeit zu einer Bedingung, die durch die Finiteness Property erzwungen wird.
Eigenschaften von η: smn und utm: Folgt aus smn und utm von ξ.

Die Darstellung der totalen stetigen Funktionen
[δ **à** δ‘]p
Erklärung dieser Darstellung, ihrer Unterschiede zu η.

Effektive topologische Räume
Definition. Ein Tripel (M, σ, ν)
Genaue Erklärung der einzelnen Komponenten.
Warum z.B. reicht für ν eine Notation und keine Darstellung.
σ als abzählbares Mengensystem von 2^M
Bedeutung der Elementareigenschaften von Elementen aus x.
Jedes Element ist durch seine Elementareigenschaften bestimmt.
Verschärfung des effektiven topologischen Raums durch eine rekursiv aufzählbare Menge mit Namenspaaren.
Definition der δs und der δs‘ Darstellung.
δs(p) = x **è** p enthält von jeder Elementareigenschaft von x mindestens einen Namen.
δs‘(p) = x **è** p enthält von jeder Elementareigenschaft von x jeden Namen.

Veranschaulichung von Elementareigenschaften anhand zweier Beispiele mit Zeichnungen: Reelle Zahlen und Mengen reeller Zahlen.
Auch Funktionen kann man durch Elementareigenschaften identifizieren (Box Properties)

Admissible Darstellungen
Admissible Darstellung einer Menge M sind die Darstellungen, die zu δs äquivalent sind.
Damit ist δs die mächtigste Darstellung.
Ich behauptete, δs wäre minimal, weil sie minimalen Informationsgehalt bietet. Beispielsweise weniger als die Dezimaldarstellung.
Prof. Weihrauch sagte, sie wäre maximal, weil sie am mächtigsten ist unter allen stetigen Darstellungen.
Zumindest war klar, das wir das gleiche meinten.

Main Theorem der admissible Darstellungen

Vorausgesetzt, alle Darstellungen der Mengen sind admissible:

Aus der Stetigkeit der Realisierungsfunktion F folgt die topologische Stetigkeit von f und umgekehrt.

Kompakte Mengen in R^n

(Da konnte ich glänzen)

Eine Menge ist genau dann kompakt, wenn sie abgeschlossen und beschränkt ist.

Eigenschaft: Heine Borel Eigenschaft. Jede offene Überdeckung einer kompakten Menge enthält eine endliche Teilüberdeckung.

Darstellungen kompakter Mengen:

Alle Darstellungen aufzählen und erläutern.

κ, $\kappa_<$, $\kappa_>$

Ableitung von der Ψ Darstellung abgeschlossener Mengen. Zusätzlicher Parameter ist ein endliches Wort x, das einen Bound angibt. (Beschränkungswürfel).

κ_c, κ_{mc}.

κ_c ist eine Menge von offenen Überdeckungsmengen. Die Vereinigung dieser Mengen muß die kompakte Menge K überdecken. Es dürfen auch Mengen dabei sein, die K nicht schneiden.

κ_{mc} ist eine Menge von Überdeckungsmengen. Die Vereinigung überdeckt K und jede der einzelnen Mengen schneidet K.

Heine Borel Funktion κ_{HB}. Der η Name einer Funktion, die als Eingabe eine Menge von offenen Mengen erhält und genau dann mit der Ausgabe einer endlichen überdeckung terminiert, wenn die offene Menge K überdeckt.

Cauchydarstellung κ_H. Eine schnell konvergente Folge von Überdeckungsmengen. Erklärung anhand einer Zeichnung. Benutzung abzählbarer Überdeckungsmengen.

Bei Konvergenz braucht man eine Metrik. Erklären Sie die Metrik.

Hausdorffmetrik. Zwei Mengen können auch dann einen Abstand > 0 haben, wenn sie sich schneiden.

Erklärung anhand einer Zeichnung mit 2 Quadraten.

Effektivitätseigenschaften beim Rechnen auf Mengen

Da wußte ich nicht worauf er hinauswollte:

Die Eigenschaften stetiger Funktionen (kompakt $\rightarrow$ kompakt, Urbild offener Mengen) bleiben bei dem TT2 Berechenbarkeitsmodell erhalten.

Wollen Sie noch etwas erklären?

Maximumberechnung kompakter Mengen in R.

Das Maximum ist je nach Darstellung (κ oder $\kappa_>$) ρ oder $\rho_>$ berechenbar, wenn es sich bei der kompakten Menge um ein Intervall handelt. Zeichnung zur Veranschaulichung.

****

Gesamteindruck: Relativ gelassene Prüfungsatmosphäre.
Prof. Weihrauch will einerseits wissen, ob der Prüfling den Stoff inhaltlich verstanden hat, also die Sätze weniger wörtlich korrekt aufsagen, sondern auch inhaltlich erklären kann. Er legt aber auch Wert auf formale Definitionen. Mathematik ist nun mal formale Logik.
Wenn man auf Fragen antwortet, ist es gut, wenn man seine Antwort unterstreichen kann durch Zeichnungen, Beispiele oder Beweisideen.
Es zahlt sich aus, wenn man von sich aus initiativ wird und Einzelheiten von Definitionen und Sätzen nicht erst auf Nachhaken erklärt: Beispiel: eff. topologischer Raum: komplette Definition auf einmal erklären.
Es zahlt sich (bei Mathematikern allgemein) dagegen nicht aus, wenig Inhalt mit viel Worten zu beschreiben.
Kurseinheit 3 wurde nur gestreift. Die Einheiten 5,6,7 wurden nicht geprüft, von Kurseinheit 4 nur die kompakten Mengen.
Trotz zweier Schnitzer hab ich eine 1,3 bekommen. Sehr fair.

Wer diesen Kurs belegt, sollte vorher Kurs 1681 belegen. Lernhilfe für den mathematischen Teil: Heuser Lehrbuch der Analysis 1 und 2 (Teubner Verlag).